

BABAK PENYISIHAN

1. Diketahui suatu fungsi terdiferensialkan dalam domainnya yang memenuhi sifat $f(0) = -1$ dan $f'(x) = f^2(x)$ untuk setiap x dalam domain f . Nilai dari $f(-2)$ adalah ...
- 2023
 - 1
 - 1**
 - 0

2. Diketahui

$$p = \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x \, dx \right] \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{n+1} x \, dx \right].$$

Nilai minimum n agar $p < \frac{\pi}{2023}$ adalah ...

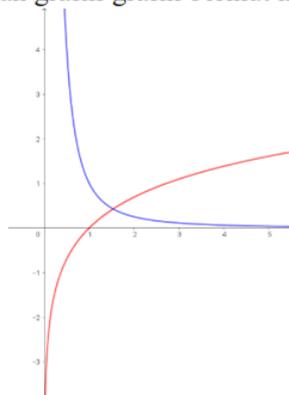
- 1011**
 - 1013
 - 2011
 - 2023
3. Hasil dari deret

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sum_{n=1}^i (-1)^{n-1} \left(\frac{1}{n}\right)}{2^i}$$

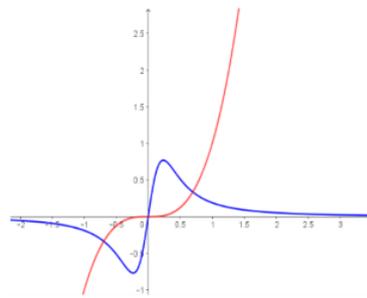
adalah ...

- $2e^{\frac{3}{2}}$
- $\frac{1}{2} \ln 2$
- $2 \ln \frac{3}{2}$**
- $\frac{3}{2} e^2 \ln \frac{1}{2}$

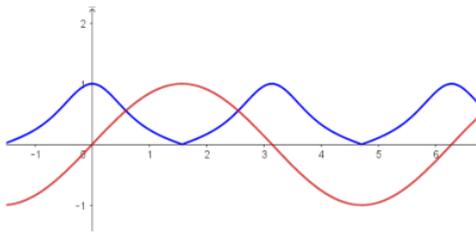
4. Perhatikan grafik-grafik berikut ini.



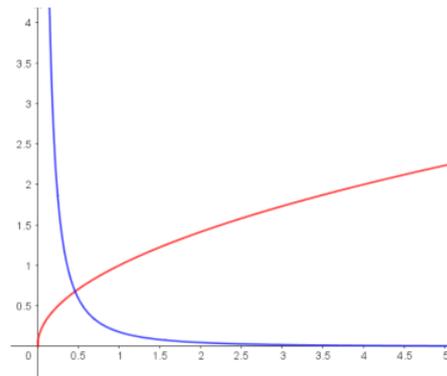
(I)



(II)



(III)



(IV)

Pasangan antara kurva $f(x)$ dan fungsi kelengkungannya yang tepat ditunjukkan oleh gambar ...

- A. I
- B. II
- C. III
- D. IV**

5. Jika $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = 3$ dan $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = 2$, maka $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)g(x)] = \dots$

- (a). $\frac{1}{4}$
- (b). $\frac{3}{4}$
- (c). $\frac{5}{4}$**
- (d). $\frac{7}{4}$

6.

$$\int \frac{\sin(\ln x)}{x^2} dx = \dots$$

- (a). $-\frac{1}{2x} [\sin(\ln x) + \cos(\ln x)] + C$**
- (c). $-\frac{1}{2x} [\sin(\ln x) - \cos(\ln x)] + C$
- (b). $\frac{1}{2x} [\sin(\ln x) + \cos(\ln x)] + C$
- (d). $\frac{1}{2x} [\sin(\ln x) - \cos(\ln x)] + C$

7. Tentukan konvergensi dari deret

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}$$

- (a). tidak dapat ditentukan
- (c). konvergen ke 1
- (b). konvergen ke $\frac{1}{2}$
- (d). divergen ke tak hingga**

8.

Diketahui jari-jari alas dan tinggi kerucut berturut-turut adalah 10 cm dan 25 cm, dengan kemungkinan kesalahan pengukuran maksimum sebesar 0,1 cm untuk setiap pengukuran. Tentukan kesalahan maksimum dalam menghitung volume kerucut tersebut.

- (a). $10 \pi \text{ cm}^3$
- (b). $20 \pi \text{ cm}^3$**
- (c). $25 \pi \text{ cm}^3$
- (d). $30 \pi \text{ cm}^3$

9. Misalkan $x = t - \frac{1}{2} t^2$, $y = t - \frac{1}{3} t^3$ maka $\frac{d^2y}{dx^2}$ di (0,0) adalah

- (a). 0
- (b). 1**
- (c). -1
- (d). 2

10. Apabila benda putar yang dihasilkan dari memutar mengelilingi sumbu x daerah di antara kurva $y = \sqrt{kx}$ dan $y = \sqrt{\frac{k}{a}}x, k > 0$ dari $x = 0$ sampai $x = a, a > 0$ mempunyai volume sebesar a^2 . Maka nilai k adalah ...

- (a). $\frac{6}{\pi}$ (c). $\frac{2}{\pi}$
 (b). $\frac{\pi}{6}$ (d). $\frac{\pi}{2}$

11. Diketahui fungsi $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2$ yang didefinisikan pada daerah asal

$$D = \{(x, y) | x + y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$$

Nilai minimum fungsi $f(x, y)$ adalah ...

- (a). 0
 (b). $\frac{1}{4}$
 (c). $\frac{1}{2}$
 (d). -1

12. Tentukan nilai $a, b, c > 0$ sehingga

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(at \ln \left(\frac{t-1}{t+1} \right) \vec{i} + \frac{b e^{4t} - e^{-2t}}{8 e^{4t} - e^{2t} + 3 e^{-t}} \vec{j} + \frac{t}{c} \sin \left(\frac{1}{t} \right) \vec{k} \right) = -2 \vec{i} + \frac{1}{2} \vec{j} + \vec{k}$$

- (a). $a = 1, b = 3, c = 4$
 (b). $a = -1, b = 3, c = 4$
 (c). $a = -1, b = \frac{3}{4}, c = 1$
 (d). $a = 1, b = \frac{1}{2}, c = 1$

13. Tentukan nilai integral permukaan

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$$

dengan $\mathbf{F} = 3xy^2 \mathbf{i} + xe^z \mathbf{j} + z^3 \mathbf{k}$

S adalah permukaan dari benda yang dibatasi oleh silinder $y^2 + z^2 = 1$ dan bidang $x = -1$ dan $x = 2$.

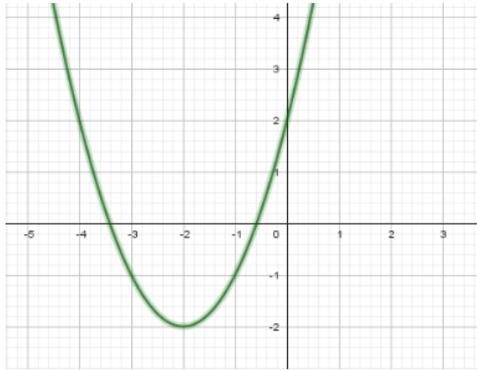
- (a). $\frac{3}{2} \pi$
 (b). $\frac{9}{2} \pi$
 (c). $\frac{7}{2} \pi$
 (d). $\frac{5}{2} \pi$

14. Kemiringan garis singgung lingkaran $cx^2 + \frac{1}{4}y^2 = 16$ dengan $c \neq 0$ di titik (a, b) adalah ...

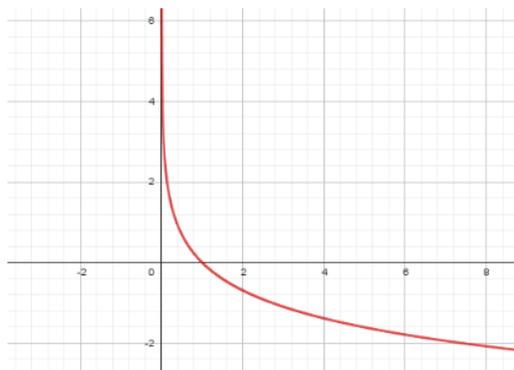
- a. $-\frac{4ca}{b}$
- b. $-\frac{4cb}{a}$
- c. $-\frac{ca}{4b}$
- d. $-\frac{4b}{ca}$

15. Penyelesaian dari bentuk $\frac{dy}{dx} = mx + c$ untuk nilai $m < 0$ secara umum adalah ...

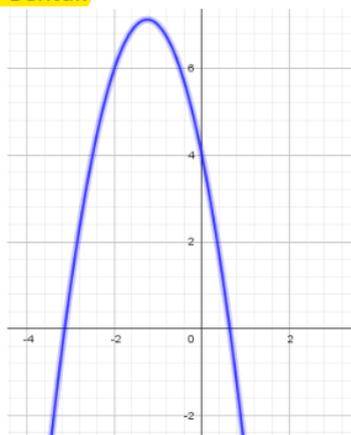
a. Bentuk



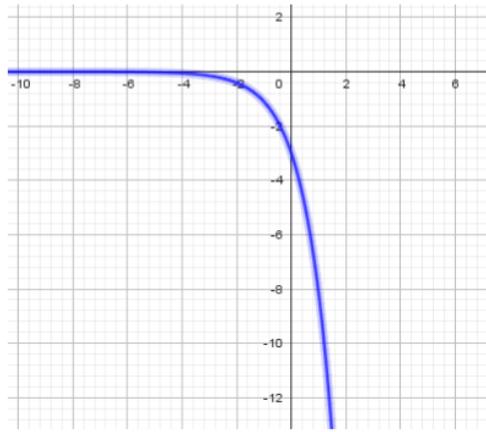
b. Bentuk



c. Bentuk



d. Bentuk



16. Fungsi $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x - y}$ akan kontinu di (a, b) untuk nilai...

- a. $a = b$
- b. $a = 0$ untuk setiap nilai b
- c. $b = 0$ untuk setiap nilai a
- d. $a \neq b$

17. Misalkan diberikan $f(x, y, z) = e^z - \ln(x^2 + y^2)$ dan pernyataan-pernyataan berikut ini:

- 1. $\nabla f(x, y, z) \neq \vec{0}$ untuk $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$
- 2. $\nabla f(0, 0, 0) = \vec{0}$
- 3. $\nabla f(0, 0, 1)$ tidak eksis
- 4. $\nabla f(0, 0, 0)$ eksis
- 5. $\nabla f(a, b, c)$ eksis untuk $a \neq b$ dengan $a, b, c \in \mathbb{R}$

Pernyataan yang benar adalah ...

- a. Hanya pernyataan nomor 1
- b. Pernyataan nomor 1, dan 3
- c. Pernyataan 1, 3, dan 5
- d. Pernyataan 2 dan 4

18. Jika α adalah bilangan real positif yang memenuhi

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left\lfloor \frac{8}{\alpha x} \right\rfloor \sin(2023x) = \alpha + 17,$$

maka

$$\left\lceil \frac{\alpha}{8} \right\rceil = \dots$$

(Catatan: $\lfloor y \rfloor$ adalah bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan y sementara $\lceil y \rceil$ adalah bilangan bulat terkecil yang lebih besar atau sama dengan y)

- A. 15 B. 16 C. 17 D. 18

19. Diberikan sebuah silinder lingkaran tegak dengan jari-jari alas h cm dan tinggi p cm. Jika jari-jari silinder bertambah dengan laju 5 cm/jam sementara dan tinggi silinder berkurang dengan laju 4 cm/jam, maka laju perubahan luas permukaan silinder ketika luas alasnya 400π cm² dan tingginya 12 cm adalah ... cm²/jam.

- A. 120π B. 240π C. 360π D. 480π

20. Deret

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{e^k \sec(k\pi)}$$

bersifat ...

A. konvergen bersyarat **B. konvergen mutlak** C. divergen D. tidak dapat ditentukan

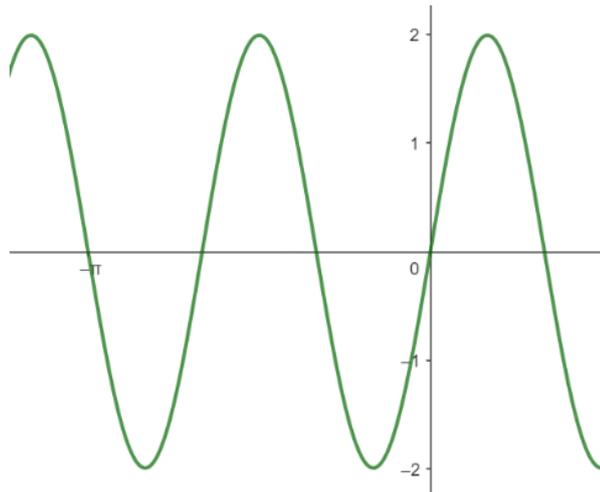
21. Limit Tak Hingga

Jika hasil dari $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax} - x) = 2$ maka nilai $a = \dots$

- a. **4**
- b. 2
- c. -2
- d. -4

22. Integral trigonometri

Diberikan grafik $f(x)$ sebagai berikut. Manakah yang merupakan hasil dari $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$?



- a. $2 \sin 3x + C$
- b. **$-\frac{2}{3} \cos 3x + C$**
- c. $-\frac{3}{2} \cos 2x + C$
- d. $\frac{3}{2} \sin 2x + C$

23. Aproksimasi fungsi dengan deret pangkat

Jika deret McLaurin dari $f(x)$ adalah $x - x^2 + \frac{x^3}{3} + \dots$ maka $f(x) = \dots$

- e. $e^x \sin(-x)$
- f. **$e^{-x} \sin(x)$**
- g. $e^x \cos(-x)$
- h. $e^{-x} \cos x$

24. Titik terdekat dan titik terjauh dari titik asal yang terletak pada kurva perpotongan bidang $x + y + z = 12$ dan paraboloida $z = x^2 + y^2$ berturut-turut adalah A dan B . Koordinat titik tengah ruas garis AB adalah ...

- A. $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 9\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 11\right)$ C. $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, 15\right)$ **D. $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 13\right)$**

24. turunan fungsi bernilai vector

Berapakah laju maksimum dari partikel yang bergerak dengan posisi $r(t) = (t - \sin t)i + (1 - \cos t)j$?

- a. 4
- b. -4
- c. -2
- d. 2