

Soal Babak Penyisihan

- Diberikan fungsi  $f(x) = \sqrt{x^2 + 10x - 24} - 2x + 2022$ . Grafik fungsi  $f$  tersebut naik untuk setiap  $x$  pada selang ...
  - (2,3)
  - (2,5)
  - $(-\frac{5}{2}, 3)$
  - (-13,3)
- Luas daerah yang diapit oleh kurva  $y = 5x^2 - 11x + 22$  dan  $y = 5x + 11$  sama dengan luas daerah yang diapit oleh kurva  $y = 5x^2 - 11x + 22$  dan ...
  - $y = 5 - 11x$
  - $y = 11x + 5$
  - $y = 5x + 22$
  - $y = 22 - 5x$
- Fungsi dua peubah  $f(x, y) = x^2 + Axy + By^2 + 5x + 11y + 2022$  memiliki titik kritis untuk ...
  - $A = 4$  dan  $B = 4$
  - $A = 4$  dan  $B = -4$
  - $A = -4$  dan  $B = 4$
  - Semua pilihan jawaban lain salah
- Jika suatu medan vektor  $\vec{F}$  di  $\mathbb{R}^3$  memiliki sifat  $\text{div}(\vec{F}) = 0$  dan  $\text{curl}(\vec{F}) = \vec{0}$ , maka haruslah ...
  - $\vec{F} = \vec{0}$
  - $\vec{F} = \text{grad}(f)$ , untuk suatu fungsi tiga peubah  $f$  dan  $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z} = 0$
  - $\vec{F} = \text{grad}(f)$ , untuk suatu fungsi tiga peubah  $f$  dan  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$
  - Semua pilihan jawaban lain salah
- Nilai integral permukaan  $\iint_S (\vec{F} \cdot \vec{n}) dS$ , dengan  $\vec{F}(x, y, z) = (2x - 2y + z^2, -2x + y^2 + 2z, x^2 + 2y - 2z)$  dan  $S$  adalah permukaan bidang empat yang dibatasi oleh bidang-bidang  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  dan  $x + 2y + 2z = 4$  adalah ...
  - 8
  - 0
  - $\frac{8}{3}$
  - $\frac{40}{3}$

6. Volume benda yang terjadi dengan memutar daerah yang dibatasi oleh kurva  $x = y - y^2$  dan  $x = y^2 - 3$  sekeliling garis  $x + 4 = 0$  adalah ...

- A.  $\frac{825}{64}\pi$     B.  $\frac{875}{32}\pi$     C.  $\frac{815}{72}\pi$     D.  $\frac{925}{128}\pi$

7. Titik  $P$  bergerak sehingga pada waktu  $t$  berada pada perpotongan kurva  $xy = t$  dan  $y = tx^2$ . Laju bertambahnya jarak  $P$  dengan titik asal pada waktu  $t = 2$  adalah ...

- A.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$     B.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$     C.  $\frac{3}{\sqrt{5}}$     D.  $\frac{4}{\sqrt{5}}$

8. Jika  $\gamma$  adalah kurva perpotongan luasan  $z = \ln(1 + x)$  dengan bidang  $y = x$  dari  $(0,0,0)$  ke  $(1,1,\ln 2)$ , maka

$$\int_{\gamma} (2x\sin(\pi y) - e^z) dx + (\pi x^2 \cos(\pi y) - 3e^z) dy - xe^z dz = \dots$$

- A.  $\frac{7}{2}$     B.  $-\frac{13}{2}$     C.  $-\frac{9}{2}$     D.  $\frac{15}{2}$

9. Diberikan bilangan  $a, b \neq 0$ . Jika  $f(x) = \sin^2(ax + b)$  dan memenuhi  $f''(0) = f'(0) = 0$  maka banyak  $b$  yang memenuhi adalah ...

- a. 0  
b. 1  
c. 2022  
d. Tak hingga

10. Hasil dari

$$\int \sqrt{\frac{9-x}{x}} dx =$$

- a.  $9 \sin^{-1} \frac{\sqrt{x}}{3} + \sqrt{9x - x^2} + C$   
b.  $9 \sin^{-1} \frac{\sqrt{x}}{3} + \sqrt{9 - x} + C$   
c.  $3 \sin^{-1} \frac{\sqrt{x}}{3} + \sqrt{9x - x^2} + C$   
d.  $3 \sin^{-1} \frac{\sqrt{x}}{3} + \sqrt{9 - x} + C$

11. Diketahui fungsi  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dengan

$$f(x, y) = \begin{cases} x, & y \geq x^2 \\ y, & y < 0 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Dan diberikan pernyataan-pernyataan sebagai berikut:

- i.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$  ada  
ii.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y)$  ada untuk semua  $(x_0, y_0)$  titik pada sumbu  $x$  selain  $(0,0)$   
iii.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y)$  ada untuk semua  $(x_0, y_0)$  titik pada kurva  $y = x^2$

Manakah pernyataan-pernyataan yang benar?

- a.  $i$  saja  
b.  $i$  dan  $ii$   
c. Semua benar

d. *i* dan *iii*

12. Suku banyak/polinomial berderajat 3 yang menyinggung garis  $y = 14x - 13$  di titik  $(1,1)$  dan menyinggung garis  $y = -2x - 5$  di titik  $(-1, -3)$  adalah...

A.  $p(x) = 2x^3 + 4x^2 - 5$

B.  $p(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5$

C.  $p(x) = -2x^3 - 4x^2 + 5$

D.  $p(x) = -2x^3 + 4x^2 - 5$

13. Turunan dari fungsi  $f(x, y)$  di titik  $(1, 2)$  dalam arah  $\vec{i} + \vec{j}$  adalah  $2\sqrt{2}$  dan di arah  $-2\vec{j}$  adalah  $-3$ . Turunan fungsi tersebut dalam arah  $-\vec{i} - 2\vec{j}$  adalah ...

A.  $\sqrt{5}$

B.  $\frac{7}{\sqrt{5}}$

C.  $-\frac{7}{\sqrt{5}}$

D.  $-\sqrt{5}$

14. Diketahui persamaan heliks  $\vec{r}(t) = a \cos t \vec{i} + a \sin t \vec{j} + t \vec{k}$  dengan  $a \geq 0$ . Nilai maksimum/terbesar dari kelengkungan kurva heliks tersebut adalah...

A. 1

B.  $\frac{1}{2}$

C. 2

D.  $\frac{1}{4}$

15. Misalkan,

$$f(x) = \sum_{k=1}^{n-1} \sin kx \cos(n-k)x$$

Nilai  $n$  yang mungkin agar  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x)$  bernilai positif, yaitu ...

A. 2022

B. 2023

C. 2024

D. 2025

16. Diketahui

$$f(x) = \frac{b^{x^2-1} - a^{x^2-1}}{x+1}$$

dengan  $a, b$  adalah bilangan real positif. Syarat agar  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  bernilai positif adalah ...

- A.  $a = b$
- B.  $a < b$
- C.  $a > b$
- D. Tidak dapat ditentukan

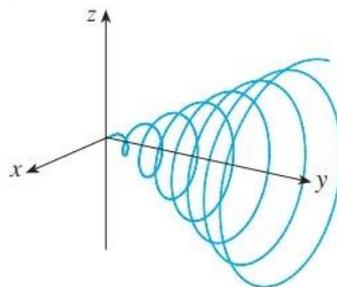
17. Semua nilai  $p$  yang memenuhi agar deret

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{-2np}{n+1} \right)^{5n}$$

konvergen adalah ...

- A.  $p > \frac{1}{5}$
- B.  $p < \frac{1}{5}$
- C.  $p > \frac{1}{2}$
- D.  $p < \frac{1}{2}$

18. Diketahui grafik dari fungsi bernilai vektor  $\mathbf{r}(t) = \langle f(t), g(t), h(t) \rangle$  seperti pada gambar berikut.



Jika kurva  $\mathbf{r}(t)$  berada pada sebuah permukaan kerucut dan nilai dari  $r(t) \cdot r'(t) = p$ . Nilai yang mungkin dari  $p$  adalah ...

- A.  $p = t$
- B.  $p > t$
- C.  $p < t$
- D. Tidak dapat ditentukan

19. Jika  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x} = -\frac{1}{2}$  maka  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{\sqrt{1-x}-1} = \dots$

- a. 2
- b. 1 (Jawaban benar)
- c. -2
- d. -4

20. Segitiga  $ABC$  siku-siku di  $C$  dan memenuhi  $AC = BC = 8$ . Jika  $D$  dan  $E$  berturut turut terletak pada sisi  $\overline{AC}$  dan  $\overline{CB}$  serta memenuhi  $AD = CE$ , maka luas minimum segiempat  $ABED$  adalah...

- a. 16
- b. 24 (**Jawaban Benar**)
- c. 32
- d. 48

21. Deret-deret pada pilihan jawaban di bawah ini adalah divergen, *kecuali*...

- a.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$
- b.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^2}$
- c.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$  (**Jawaban Benar**)
- d.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{1+1/n}}$

22. Jika  $D$  adalah daerah yang dibatasi setengah lingkaran  $x = \sqrt{4 - y^2}$  dan sumbu- $y$  maka

$$\iint_D e^{-x^2-y^2} dA = \dots$$

- a.  $\frac{\pi}{2}(1 - e^{-4})$  (**Jawaban Benar**)
- b.  $\frac{\pi}{2}(e^{-4} - 1)$
- c.  $e^{\frac{\pi}{2}} - e^{-\frac{\pi}{2}}$
- d.  $e^{\frac{\pi}{2}} + e^{-\frac{\pi}{2}}$

23. Berapa nilai  $p$  agar  $\lim_{t \rightarrow -\infty} \sqrt{16t^2 - pt + 10} + 4t = -1$  ?

- a. -8
- b. -2
- d. 2
- e. 8 (**jawaban benar**)

24. Tentukan nilai integral berikut ini!

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{(x + \sqrt{1 + x^2})^2} dx$$

- a. 2/3 (**jawaban benar**)
- b. 4/3
- c. 5/3
- d. 6/3

25. Tentukan nilai  $k$  yang memenuhi

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + k^2)} = 1, \text{ untuk } k \text{ positif.}$$

b.  $\frac{\pi}{10}$

c.  $\frac{\pi}{8}$

d.  $\frac{\pi}{4}$

e.  $\frac{\pi}{2}$  (jawaban benar)

26. Tentukan nilai deret berikut ini!

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{(2^{k+1} - 1)(2^k - 1)}$$

a. 0

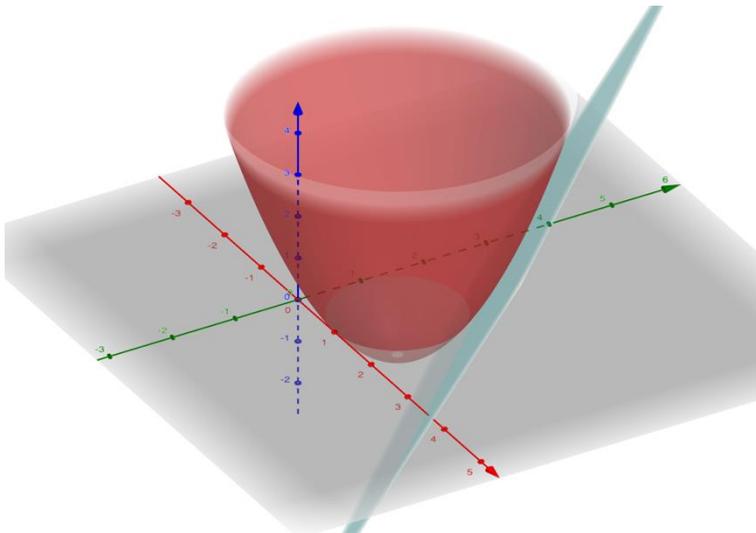
b. 1 (jawaban benar)

c. 2

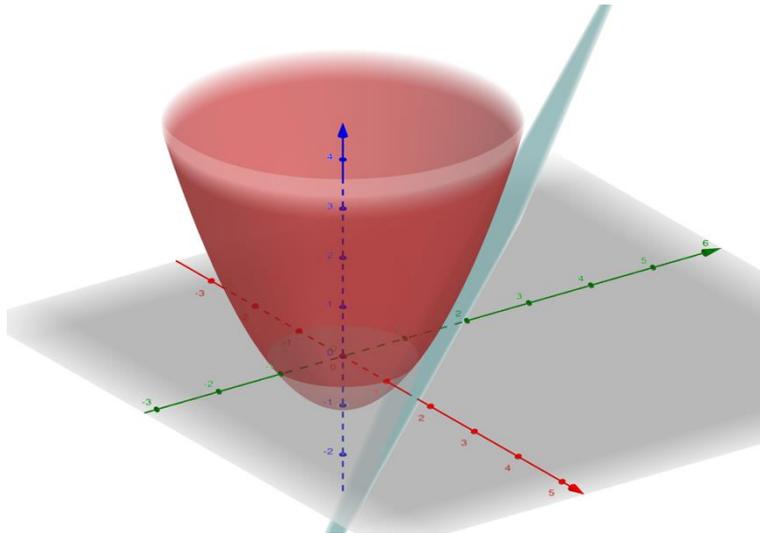
d. 3

27. Ilustrasi dan persamaan bidang singgung yang paling tepat terhadap  $z = x^2 + y^2$  di titik  $(1,1,2)$  adalah?

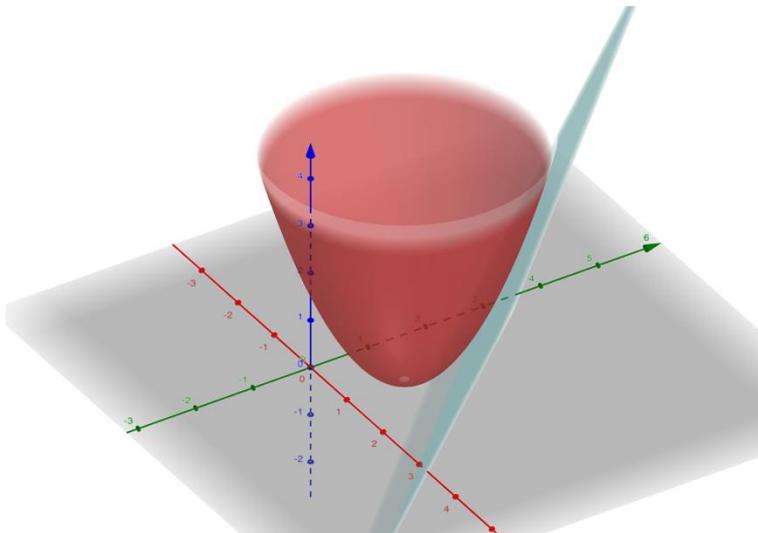
a.  $2x + 2y - z = 6$



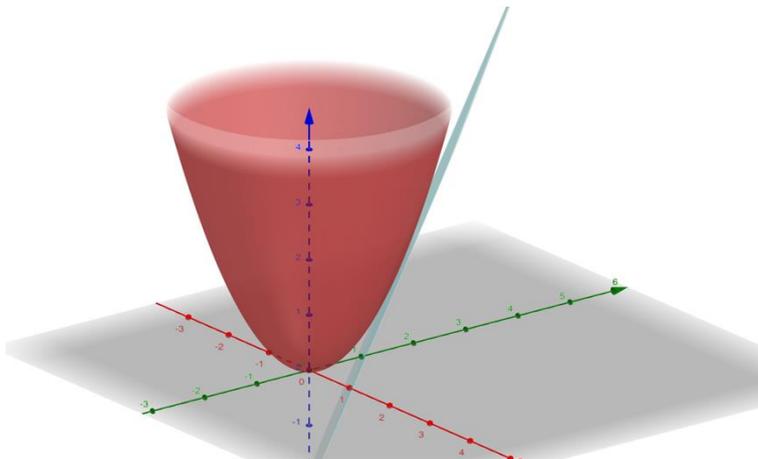
b.  $2x + 2y - z = 2$



c.  $2x + 2y - z = 3$



d.  $2x + 2y - z = 2$  (Jawaban benar)



28. Misalkan diberikan fungsi  $f(x) = \begin{cases} ax^2 & ; x \leq c \\ 1 - bx & ; x > c \end{cases}$ . Supaya  $f(x)$  kontinu di  $x = c$  maka pernyataan berikut adalah benar...

- a.  $a = 1, b = 1, c = 1$
- b.  $a = 1, b = 1, c = -1$
- c.  $a = 2, b = -1, c = 1$
- d.  $a = 2, b = 1, c = -1$

29. Diketahui  $f(t) = \frac{1}{1-t} = 1 + t + t^2 + t^3 + \dots$  untuk  $-1 < t < 1$ . Berdasarkan fungsi tersebut, bentuk  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$  akan bernilai ...

- a.  $\frac{1}{2}$
- b.  $\ln(2)$
- c.  $-\frac{1}{4}$
- d.  $\infty$

30. Penyelesaian dari  $\int \ln(\sqrt{ax}) dx$  adalah...

- a.  $\frac{1}{a} x \cdot \ln(\sqrt{ax}) - \frac{1}{2a} x + k$
- b.  $\frac{1}{a} x \cdot \ln(\sqrt{ax}) + \frac{1}{2a} x + k$
- c.  $x \cdot \ln(\sqrt{ax}) - \frac{1}{2} x + k$
- d.  $x \cdot \ln(\sqrt{ax}) + \frac{1}{2} x + k$