

Soal Penyisihan SadharCaIL 2021

Soal 1

Jika limit fungsi $f(x)$ di bawah ini ada untuk $x = 0$ dan $x = 2$, maka hasil dari $b + c = \dots$

$$f(x) = \begin{cases} 2b, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ bx^2 + c, & 0 < x \leq 2 \\ \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}, & x > 2 \end{cases}$$

(a) $12\sqrt{2}$

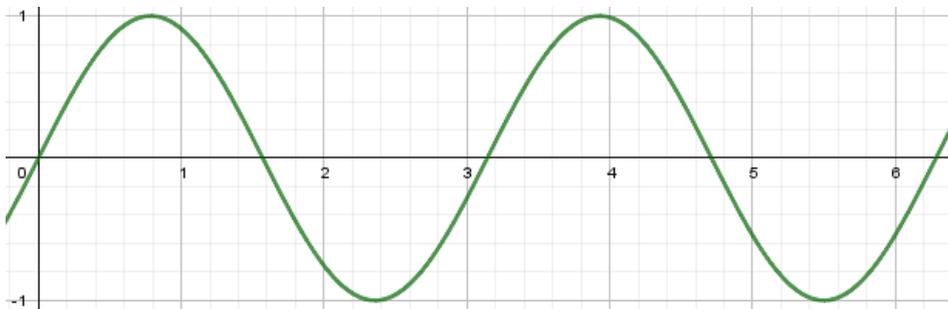
(b) $8\sqrt{2}$

(c) $6\sqrt{2}$

(d) 0

Soal 2

Diberikan sketsa grafik fungsi $y = \sin(kx)$, untuk suatu $k \in \mathbb{N}$.



Nilai dari $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = \dots$

(a) -1

(c) 1

(b) 0

(d) Tidak terdefinisi

Soal 3

Nilai a dan b yang memenuhi persamaan berikut

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 3}{x + 1} - ax - b \right) = 1$$

(a) $a = 2, b = -2$

(c) $a = 2, b = -1$

(b) $a = -2, b = -1$

(d) $a = 2, b = -3$

Soal 4

Diketahui f dan g merupakan fungsi-fungsi kontinu pada \mathbb{R} dengan $f(4) = 8$, $g(3) = 6$, $\lim_{x \rightarrow 3} [3f(x) + f(x)g(x)] = 36$, dan $\lim_{x \rightarrow 4} [2g(x) + f(x)g(x)] = 50$. Nilai dari $(g \circ f)(3)$ adalah ...

- (a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 8

Soal 5

Diberikan fungsi-fungsi $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ yang keduanya terdiferensial di \mathbb{R} sedemikian hingga $g(2) = g'(2) = 3$ dan $(f \circ g)(2) = (f \circ g)'(2) = 6$. Di antara pernyataan-pernyataan berikut yang pasti bernilai benar adalah ...

- (a) $f(2) = 3$ dan $f'(2) = 6$ (c) $f(3) = 2$ dan $f'(3) = 6$
(b) $f(2) = 6$ dan $f'(2) = 3$ (d) $f(3) = 6$ dan $f'(3) = 2$

Soal 6

Diberikan fungsi $f(x) = x^2$ dan $g(x) = -(x - 1)^2$. Jika $y = ax + b$ merupakan garis yang menyinggung kedua fungsi tersebut dengan $a > 0$ dan $b \in \mathbb{R}$ maka nilai $2a + b = \dots$

- (a) 0 (b) 2 (c) -1 (d) 3

Soal 7

Diketahui $f: [2020, 2025] \rightarrow [2020, 2025]$ adalah fungsi tak turun dan $g: [2020, 2025] \rightarrow [2020, 2025]$ adalah fungsi tak naik. Jika $h(x) = f(g(x))$ dengan $h(2020) = 2025$ dan $h(2025) = p$, nilai p yang memenuhi adalah ...

- (a) $p = 2021$ (c) $p \leq 2025$
(b) $2020 \leq p \leq 2021$ (d) Tidak dapat ditentukan

Soal 8

Diberikan sebuah kerucut dengan tinggi 40 cm. Jika jari-jari alas kerucut bertambah dengan laju konstan 5 cm/detik dan tingginya tidak berubah, maka luas tembereng kerucut akan bertambah dengan laju 340π cm²/detik saat panjang diameter alas kerucut sama dengan ...

- (a) 30 cm (b) 34 cm (c) 60 cm (d) 85 cm

Soal 9

Persamaan garis yang menghubungkan titik maksimum lokal dengan titik minimum lokal dari fungsi $f(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}$ adalah ...

- (a) $x - \sqrt{e} y = 0$ (c) $\sqrt{e} x - y = 0$
 (b) $x + \sqrt{e} y = 0$ (d) $\sqrt{e} x + y = 0$

Soal 10

Misalkan diberikan $f(x) = \csc(ax) - \frac{1}{bx}$ dengan $a, b \in \mathbb{Q} - \{0\}$. Supaya perilaku fungsi di sekitar titik $x = 0$ membuat nilai fungsinya juga mendekati 0 maka haruslah dipenuhi nilai ...

- (a) $0 < a < b$ (c) $a = b$
 (b) $0 < b < a$ (d) $a = b$ atau $a < b$

Soal 11

Diketahui fungsi f kontinu pada $[0, \pi]$ dan $\int_0^\pi f(\sin x) dx = a^2$. Nilai dari $\int_0^\pi xf(\sin x) dx = \dots$

- (a) $\frac{a}{2}\pi$ (c) $2a\pi$
 (b) $a^2\pi$ (d) $\frac{a^2}{2}\pi$

Soal 12

Nilai dari $\int_b^a \sqrt{2x} \ln(x^3) dx$ adalah ...

- (a) $-\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\sqrt{a^3} \ln(a^3)\right) - \left(\frac{4}{3}\sqrt{2}\sqrt{b^3}\right) + \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\sqrt{b^3} \ln(b^3)\right) + \left(\frac{4}{3}\sqrt{2}\sqrt{a^3}\right)$
 (b) $-\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\sqrt{a^3} \ln(a^3)\right) + \left(\frac{4}{3}\sqrt{2}\sqrt{b^3}\right) + \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\sqrt{b^3} \ln(b^3)\right) - \left(\frac{4}{3}\sqrt{2}\sqrt{a^3}\right)$
 (c) $\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\sqrt{a^3} \ln(a^3)\right) - \left(\frac{4}{3}\sqrt{2}\sqrt{b^3}\right) - \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\sqrt{b^3} \ln(b^3)\right) + \left(\frac{4}{3}\sqrt{2}\sqrt{a^3}\right)$
 (d) $\left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\sqrt{a^3} \ln(a^3)\right) + \left(\frac{4}{3}\sqrt{2}\sqrt{b^3}\right) - \left(\frac{2}{3}\sqrt{2}\sqrt{b^3} \ln(b^3)\right) - \left(\frac{4}{3}\sqrt{2}\sqrt{a^3}\right)$

Soal 13

Apabila

$$f(x) = \int_{-2020}^x \frac{1}{(t + 2022)\sqrt{t + 2021}} dt$$

maka nilai x sehingga $f(x) = \frac{3\pi}{2}$ adalah ...

- (a) 2020 (b) -2021 (c) 2022 (d) -2019

Soal 14

Diberikan fungsi bernilai real f yang terdefinisi untuk setiap bilangan real positif. Jika

$$\int_0^\infty x^n f(x) dx = \frac{n!}{3^n}, \text{ untuk setiap bilangan asli } n, \text{ maka } \int_0^\infty e^{2x} f(x) dx = \dots$$

- (a) 3 (b) 2 (c) $\frac{3}{2}$ (d) 1

Soal 15

Misalkan $L(x)$ luas daerah di kuadran I yang dibatasi oleh grafik fungsi $f(x) = x^n$ dan $g(x) = x^{1/n}$, dengan n suatu bilangan bulat positif maka $\lim_{n \rightarrow \infty} L(n)$ adalah ...

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) ∞

Soal 16

Diberikan bilangan $a > 0$. A merupakan daerah yang dibatasi oleh $y = x^2$, $x = a$, dan sumbu x sedangkan B merupakan daerah yang dibatasi oleh $y = -x^4$, $x = a$, dan sumbu x . Jika volume dari daerah A yang diputar terhadap sumbu y sama dengan daerah B yang diputar terhadap sumbu y , maka $2a^2 = \dots$

- (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) $\frac{3}{2}$

Soal 17

Misalkan diberikan deret suku positif $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{ak^2+2ak+ak+2a} \right)$. Nilai deret tersebut adalah ...

- (a) $\frac{1}{a}$ (b) $\frac{2}{a}$ (c) $\frac{a}{2}$ (d) $\frac{1}{2a}$

Soal 18

Nilai x terkecil sehingga deret

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)^2 \left(\frac{x}{x+2} \right)^n$$

konvergen mutlak adalah ...

- (a) -2 (b) -1 (c) Tidak ada (d) 1

Soal 19

Nilai jumlahan deret tak hingga

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} + \frac{2^{n+1}}{3^n} \right)$$

sama dengan ...

- (a) $\frac{13}{4}$ (b) 4 (c) $\frac{17}{4}$ (d) 5

Soal 20

Deret berikut ini merupakan deret Maclaurin dari suatu fungsi. Fungsi tersebut adalah...

$$1 - x^2 + \frac{2^3}{4!}x^4 - \frac{2^5}{6!}x^6 + \dots = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k 2^{2k-1}}{(2k)!} x^{2k}$$

- (a) $\cos^2 x$ (b) $\cos 2x$ (c) $\sin^2 x$ (d) $\sin 2x$

Soal 21

Hubungan bilangan bulat taknegatif m , n , dan p agar

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^m y^n}{(x^2 + y^2)^p}$$

ada adalah ...

- (a) Tidak bisa ditentukan
(b) $m + n < 2p$
(c) $m + n = 2p$
(d) $m + n > 2p$

Soal 22

Fungsi dua variabel f mempunyai turunan parsial yang kontinu. Misalkan, $A(1,3)$, $B(-2,7)$, $C(9,-12)$, dan $D(8,-21)$. Jika turunan berarah fungsi f pada titik A dengan arah \overrightarrow{AB} adalah -5 dan Jika turunan berarah fungsi f pada titik A dengan arah \overrightarrow{AC} adalah 8 , turunan berarah fungsi f pada titik A dengan arah \overrightarrow{AD} adalah $\frac{p}{q}$ dengan p dan q bilangan asli. Nilai dari $p - 12q$ adalah ...

- (a) -7 (b) -3 (c) 3 (d) 7

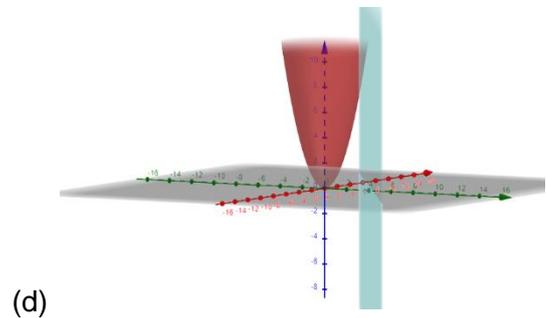
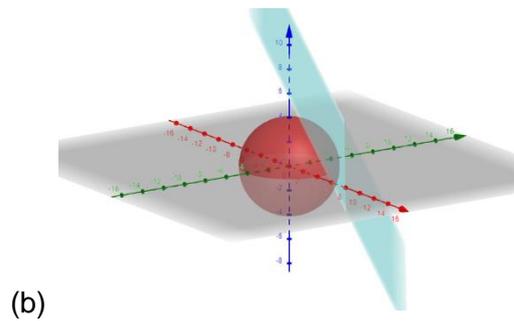
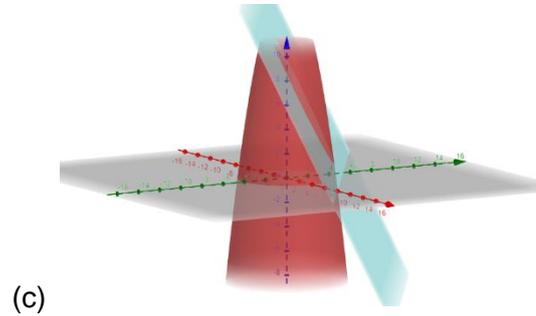
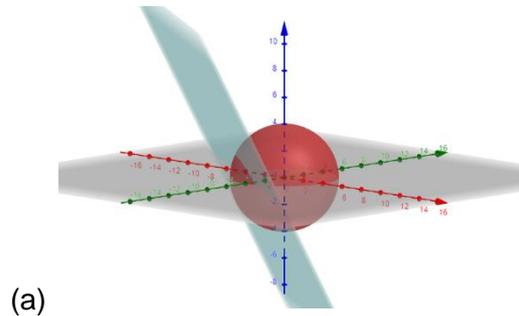
Soal 23

Jika fungsi $f(x,y) = A - (x^2 + Bx + y^2 + Cy)$ mempunyai nilai maksimum lokal 15 pada $(-2,1)$, maka konstanta-konstanta A, B, C berturut-turut bernilai...

- (a) $10, 4, -2$ (c) $-2, 10, 4$
(b) $4, -2, 10$ (d) $10, -2, 4$

Soal 24

Diberikan persamaan $x^2 + y^2 + z^2 = 16$. Bidang tangen yang menyentuh titik $(2, 3, \sqrt{3})$ mempunyai ilustrasi yang paling sesuai adalah ...



Soal 25

Diketahui A merupakan daerah yang dibatasi persamaan $|x| + |y| = 1$ dan diberikan integral berikut:

i) $2 \int_{-1}^0 \int_{-1-x}^{1+x} (x-1)^2 dy dx$

ii) $2 \int_0^1 \int_{x-1}^{1-x} (x-1)^2 dy dx$

iii) $2 \int_{-1}^0 \int_{-1-y}^{1+y} (x-1)^2 dx dy$

iv) $2 \int_0^1 \int_{y-1}^{1-y} (x-1)^2 dx dy$

Manakah dari integral tersebut yang senilai dengan $\iint_A (x-1)^2 dA$?

(a) i) dan ii)

(c) ii) dan iv)

(b) iii) dan iv)

(d) i), ii), iii), dan iv)

Soal 26

Jika $r(t) = (3t + 1)\mathbf{i} + \sqrt{3}t\mathbf{j} + t^2\mathbf{k}$ adalah posisi pergerakan benda setelah t detik, tentukan sudut antara vektor kecepatan dan vektor percepatan benda saat $t = 0$.

- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) 0 (d) π

Soal 27

Pernyataan-pernyataan berikut yang bernilai **benar** adalah ...

- (a) Kelengkungan kurva dengan persamaan $x = 2 \cos t$ dan $y = 2 \sin t$ adalah 2 untuk semua nilai t .
 (b) Kelengkungan kurva dengan persamaan $x = 3t + 4$ dan $y = 2t - 1$ adalah 1 untuk semua nilai t .
 (c) Kelengkungan kurva dengan persamaan $r(t) = 4 \cos^3 t \mathbf{i} + 4 \sin^3 t \mathbf{j}$ adalah $\frac{1}{8}$ untuk suatu nilai t .
 (d) Kelengkungan kurva dengan persamaan $r(t) = t \mathbf{i} + 2t^2 \mathbf{j} + 3t^3 \mathbf{k}$ adalah 4 untuk suatu nilai t .

Soal 28

Maksimum nilai mutlak divergensi untuk $\vec{F}(x, y, z) = \langle 2x - 2xy^2, 6y^2 - x^2y, x^2 + \cos y \rangle$ adalah ...

- (a) 2 (b) 10 (c) 0 (d) 20

Soal 29

Apabila γ adalah kurva dengan orientasi positif berbentuk elips $4x^2 + y^2 = 4$, maka nilai dari

$$\oint_{\gamma} (e^x \sin y + 3y)dx + (e^x \cos y + 2x - 2y)dy$$

adalah ...

- (a) -2π (b) $-\pi$ (c) 0 (d) 3π

Soal 30

Diberikan \vec{F} suatu medan vektor di \mathbb{R}^3 dengan definisi $\vec{F}(x, y, z) = (3x^2yz, 2xy^2z, xyz^2)$, untuk setiap $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, dan S adalah permukaan kubus di \mathbb{R}^3 yang dibatasi oleh bidang-bidang $x = 0$, $x = a$, $y = 0$, $y = a$, $z = 0$ dan $z = a$, dengan $a > 0$. Jika nilai integral permukaan $\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$ sama dengan 324, maka $a = \dots$

(a) $\sqrt{3}$

(b) $\sqrt{6}$

(c) 3

(d) 6