

# SANATA DHARMA CALCULUS LEAGUE

UNIVERSITAS SANATA DHARMA, YOGYAKARTA

Minggu, 28 November 2021

## **BABAK SEMIFINAL**

Waktu: 90 menit

### **Petunjuk pengerjaan:**

1. Soal di babak semifinal ini terdiri dari 4 soal uraian. Tuliskan jawaban lengkap dengan argumentasinya secara rinci, jelas, dan runtut.
2. Setiap soal pada semifinal bernilai 25 poin.
3. Peserta dilarang membuka buku/catatan dalam bentuk apa pun.
4. Peserta dilarang bekerja sama dengan peserta lain dan/atau menerima bantuan dari pihak lain dalam bentuk apa pun.
5. Gunakan pena atau pulpen untuk menulis jawaban/penyelesaian.
6. Untuk setiap soal gunakan 1 lembar kertas jawaban secara terpisah.
7. Setiap lembar jawaban discan dan diupload satu per satu sesuai dengan nomor pada sistem yang telah disediakan.
8. Peserta wajib menuliskan nama lengkap peserta dan nama perguruan tinggi di setiap lembar jawaban.

## SOAL

1. Diberikan fungsi  $f$  sedemikian sehingga  $f'(x) = x^2 - Ax - Bx + AB$  dengan  $A, B \in \mathbb{R}$  dan  $0 < A < B$ . Tentukan semua nilai ekstrem fungsi  $f$  beserta jenisnya.
2. Misalkan  $L$  adalah daerah di kuadran I yang dibatasi oleh grafik fungsi  $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$  dan sumbu  $x$ . Tentukan nilai  $k$  sehingga parabola  $y = kx^2$  membagi daerah  $L$  menjadi dua bagian yang sama besar.
3. Buktikan bahwa untuk  $|x| > 1$  berlaku

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)n}{x^n} = \frac{2x^2}{(x-1)^3}.$$

4. Hitunglah volume benda padat di dalam luasan bola  $x^2 + y^2 + z^2 = 6$  dan di atas paraboloida  $z = x^2 + y^2$ .