

SANATA DHARMA CALCULUS LEAGUE

UNIVERSITAS SANATA DHARMA, YOGYAKARTA

Sabtu, 21 September 2019

BABAK SEMIFINAL

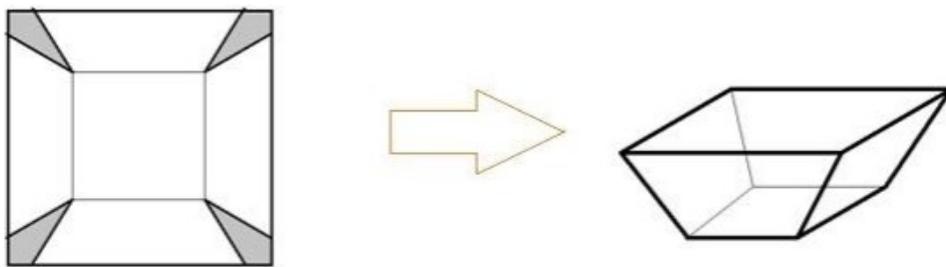
Waktu: 90 menit

Petunjuk pengerjaan:

1. Soal di babak semifinal ini terdiri dari 5 soal uraian. Tuliskan jawaban lengkap dengan argumentasinya secara rinci, jelas, dan runtut.
2. Setiap soal pada semifinal bernilai 20 poin.
3. Peserta dilarang membuka buku/catatan dalam bentuk apa pun.
4. Peserta dilarang bekerja sama dengan tim lain dalam bentuk apa pun.
5. Peserta di dalam satu tim diperbolehkan berdiskusi selama tidak mengganggu ketenangan bersama.
6. Gunakan pena atau pulpen untuk menulis jawaban/penyelesaian.
7. Apabila tempat yang tersedia untuk menjawab tidak mencukupi, gunakan halaman di belakangnya.
8. Kumpulkan berkas soal ini secara utuh setelah waktu pengerjaan berakhir.
9. Peserta wajib menuliskan nomor tim, nama perguruan tinggi, dan nama anggota tim di setiap lembar, kecuali di halaman petunjuk pengerjaan ini.

- Nomor Tim: _____
- Perguruan Tinggi: _____
- Nama anggota tim :
 1. _____
 2. _____

1. Diberikan sebuah kertas berbentuk persegi dengan panjang sisi 20 cm. Pada keempat sudutnya kertas tersebut dipotong sehingga dapat dibentuk menjadi wadah terbuka dengan alas persegi dan sisi-sisi samping berupa trapesium sama kaki. Jika disyaratkan bahwa panjang sisi bagian tutup sama dengan dua kali panjang sisi alas, maka tentukan volume maksimum wadah yang mungkin dibentuk.



Penyelesaian:

- Nomor Tim: _____
- Perguruan Tinggi: _____
- Nama anggota tim :
 1. _____
 2. _____

2. Buktikan bahwa untuk setiap $x \in \mathbb{R}$ berlaku

$$\sqrt{1+x^2} \leq e^{x^2}.$$

Penyelesaian:

- Nomor Tim: _____
- Perguruan Tinggi: _____
- Nama anggota tim :
 1. _____
 2. _____

3. Hitunglah

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{(e^x + 1)(x^2 + 1)} dx.$$

Penyelesaian:

- Nomor Tim: _____
- Perguruan Tinggi: _____
- Nama anggota tim :
 1. _____
 2. _____

4. Tentukan semua titik ekstrim maksimum dan minimum dari fungsi

$$f(x, y, z) = 4y - 2z$$

yang dibatasi oleh kendala $2x - y - z = 2$ dan $x^2 + y^2 = 1$.

Penyelesaian:

- Nomor Tim: _____
- Perguruan Tinggi: _____
- Nama anggota tim :
 1. _____
 2. _____

5. Diberikan $a, b, c > 0$ dan sebuah kurva ruang dengan persamaan vektor

$$\mathbf{r}(t) = (a \cos bt)\mathbf{i} + (a \sin bt)\mathbf{j} + (ct)\mathbf{k}, \quad t \geq 0.$$

- (a) Hitunglah panjang bagian kurva yang menghubungkan titik $(a, 0, 0)$ dan $(a, 0, \frac{2\pi c}{b})$
- (b) Tentukan kelengkungan kurva κ di setiap titik.

Penyelesaian: