

# SANATA DHARMA CALCULUS LEAGUE

UNIVERSITAS SANATA DHARMA, YOGYAKARTA

Sabtu, 21 September 2019

## BABAK PENYISIHAN

Waktu: 90 menit

### Petunjuk pengerjaan:

1. Soal di babak penyisihan ini terdiri dari dua bagian: Bagian Pertama terdiri dari 10 soal isian singkat, sedangkan Bagian Kedua terdiri dari 2 soal uraian.
2. Untuk soal-soal Bagian Pertama (isian singkat), tuliskan **hanya** jawaban akhir saja pada kotak yang disediakan.
3. Untuk soal-soal Bagian Kedua (uraian), tuliskan jawaban lengkap dengan argumentasinya secara rinci, jelas, dan runtut.
4. Setiap soal pada Bagian Pertama bernilai 7 poin, sedangkan setiap soal pada Bagian Kedua bernilai 15 poin.
5. Waktu tes (90 menit) adalah waktu total untuk kedua bagian.
6. Peserta dilarang membuka buku/catatan dalam bentuk apa pun.
7. Peserta dilarang bekerja sama dengan tim lain dalam bentuk apa pun.
8. Peserta di dalam satu tim diperbolehkan berdiskusi selama tidak mengganggu ketenangan bersama.
9. Gunakan pena atau pulpen untuk menulis jawaban/penyelesaian.
10. Untuk soal-soal Bagian Kedua (uraian) jika tempat yang tersedia tidak mencukupi, gunakan halaman di belakangnya.
11. Kumpulkan berkas soal ini secara utuh setelah waktu pengerjaan berakhir.
12. Peserta wajib menuliskan nomor tim, nama perguruan tinggi, dan nama anggota tim di setiap lembar, kecuali di halaman petunjuk pengerjaan ini.

- Nomor Tim: \_\_\_\_\_
- Perguruan Tinggi: \_\_\_\_\_
- Nama anggota tim :
  1. \_\_\_\_\_
  2. \_\_\_\_\_

### Bagian Pertama (Isian Singkat)

1. Nilai dari

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - 4\sqrt{\cos x}}{x^2}$$

adalah .....

2. Sebuah cakram lingkaran dari logam akan memuai jika dipanaskan. Apabila cakram dipanaskan jari-jarinya bertambah panjang dengan laju 0,02 cm per detik. Berapa cepat luas (dalam satuan  $\text{cm}^2$  per detik) salah satu sisi cakram tersebut akan memuai saat jari-jarinya mencapai 10 cm?

3. Nilai minimum global dari fungsi

$$f(x) = x^2 - x + \arctan x + 1$$

adalah .....

4. Apabila diketahui

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

dan

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-tx^2} dx, \quad t > 0,$$

maka nilai dari  $f'(1)$  adalah .....

5. Luas daerah yang dibatasi oleh kurva-kurva  $y = \frac{1}{4}x^2$ ,  $y - 1 = \sqrt{x}$ ,  $y = 3 - x$ , dan sumbu  $y$  adalah .....

- Nomor Tim: \_\_\_\_\_
- Perguruan Tinggi: \_\_\_\_\_
- Nama anggota tim :
  1. \_\_\_\_\_
  2. \_\_\_\_\_

### Bagian Pertama (Isian Singkat)

6. Nilai dari deret

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\ln \left( \frac{k^{k+1}}{(k+1)^k} \right)}{k(k+1)}$$

adalah .....

7. Deret

$$x - x^3 + \frac{1}{2!}x^5 - \frac{1}{3!}x^7 + \frac{1}{4!}x^9 - \frac{1}{5!}x^{11} + \dots$$

merupakan deret MacLaurin dari suatu fungsi. Tentukan fungsi tersebut.

8. Diberikan fungsi 2 peubah

$$u(x, y) = e^{kx} \cos(ky),$$

dengan  $k$  adalah konstanta. Nilai dari  $u_{xx} + u_{yy}$  adalah .....

9. Diketahui sebuah prisma segitiga di ruang yang dibatasi oleh bidang-bidang datar  $x = 0, y = 0, 3x + 2y - 6 = 0, z = -4,$  dan  $z = 4$ . Prisma tersebut kemudian dipenggal oleh bidang datar  $x + y + z = a$ . Nilai  $a$  sehingga bidang penggal tersebut membagi prisma menjadi dua bagian yang volumenya sama besar adalah .....

10. Nilai dari

$$\oint_C (y^2 dx + x^2 dy)$$

dengan  $C$  adalah lintasan berorientasi positif berbentuk segitiga dengan titik-titik sudut  $(0, 0), (0, 1),$  dan  $(1, 0)$  adalah .....

- Nomor Tim: \_\_\_\_\_
- Perguruan Tinggi: \_\_\_\_\_
- Nama anggota tim :
  1. \_\_\_\_\_
  2. \_\_\_\_\_

## Bagian Kedua (Uraian)

1. Hitunglah

$$\int_0^4 \sqrt{\frac{4-x}{x}} dx.$$

**Penyelesaian:**

- Nomor Tim: \_\_\_\_\_
- Perguruan Tinggi: \_\_\_\_\_
- Nama anggota tim :
  1. \_\_\_\_\_
  2. \_\_\_\_\_

## Bagian Kedua (Uraian)

2. Tentukan representasi deret pangkat dari fungsi

$$f(x) = \frac{1}{2+x}$$

dalam pangkat dari  $x - 1$ , yakni

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - 1)^n.$$

Tentukan juga jari-jari dan selang kekonvergenan deret pangkat tersebut.

**Penyelesaian:**